

Chapitre 10 : Symétrie Centrale

Professeur : Ismail OUDAHA

Plan de cours

- 1 Symétrie d'un point
- 2 Symétries des figures usuelles

- 1 Symétrie d'un point
- 2 Symétries des figures usuelles

I - Symétrie d'un point :

I - Symétrie d'un point :

Activité :

I - Symétrie d'un point :

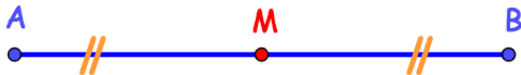
Activité :

- 1 On considère la figure ci-dessous :

I - Symétrie d'un point :

Activité :

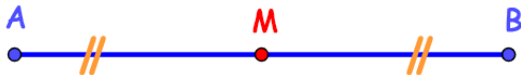
- 1 On considère la figure ci-dessous :



I - Symétrie d'un point :

Activité :

- 1 On considère la figure ci-dessous :



Que représente le point M au segment $[AB]$?

Définition :

Définition :

Soient A et O deux points du plan. Le symétrique du point A par rapport au point O est le point A' tel que O est le milieu du segment $[AA']$.

Définition :

Soient A et O deux points du plan. Le symétrique du point A par rapport au point O est le point A' tel que O est le milieu du segment $[AA']$.

Exemple :

Définition :

Soient A et O deux points du plan. Le symétrique du point A par rapport au point O est le point A' tel que O est le milieu du segment $[AA']$.

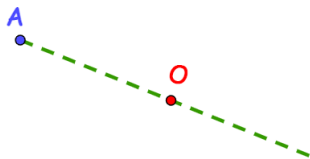
Exemple :



Définition :

Soient A et O deux points du plan. Le symétrique du point A par rapport au point O est le point A' tel que O est le milieu du segment $[AA']$.

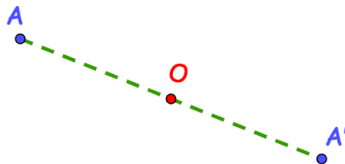
Exemple :



Définition :

Soient A et O deux points du plan. Le symétrique du point A par rapport au point O est le point A' tel que O est le milieu du segment $[AA']$.

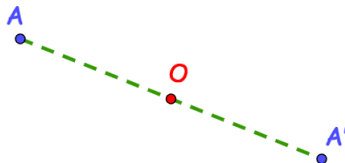
Exemple :



Définition :

Soient A et O deux points du plan. Le symétrique du point A par rapport au point O est le point A' tel que O est le milieu du segment $[AA']$.

Exemple :



A' est le symétrique de A par rapport au point O .

Remarque :

Remarque :

- O est appelé le centre de symétrie.

Remarque :

- O est appelé le centre de symétrie.
- On dit aussi que le point A est le symétrique du point A' par rapport au point O .

Remarque :

- O est appelé le centre de symétrie.
- On dit aussi que le point A est le symétrique du point A' par rapport au point O .
- O est le symétrique de lui même.

Remarque :

- O est appelé le centre de symétrie.
- On dit aussi que le point A est le symétrique du point A' par rapport au point O .
- O est le symétrique de lui même.

Application :

Remarque :

- O est appelé le centre de symétrie.
- On dit aussi que le point A est le symétrique du point A' par rapport au point O .
- O est le symétrique de lui même.

Application :

Soit ABC un triangle.

- 1 Construire le point A' le symétrique du point A par rapport au point B .
- 2 Construire le point B' le symétrique du point A par rapport au point C .
- 3 Construire le point C' le symétrique du point A par rapport au point A .

- 1 Symétrie d'un point
- 2 Symétries des figures usuelles

II - Symétriques des figures usuelles :

II - Symétriques des figures usuelles :

1- Symétrie d'un segment :

II - Symétriques des figures usuelles :

1- Symétrie d'un segment :

Activité :

II - Symétriques des figures usuelles :

1- Symétrie d'un segment :

Activité :

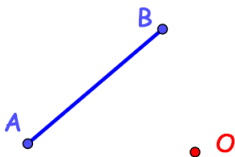
On considère la figure ci-dessous :

II - Symétriques des figures usuelles :

1- Symétrie d'un segment :

Activité :

On considère la figure ci-dessous :

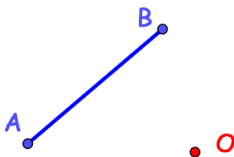


II - Symétriques des figures usuelles :

1- Symétrie d'un segment :

Activité :

On considère la figure ci-dessous :



- 1 Construire le point A' le symétrique de A par rapport à O .
- 2 Construire le point B' le symétrique de B par rapport à O .
- 3 Tracer le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à O .
- 4 Comparer les deux distances AB et $A'B'$.

Définition :

Définition :

Soit $[AB]$ un segment et soit O un point du plan.

Définition :

Soit $[AB]$ un segment et soit O un point du plan.

Si A' et B' les symétriques respectifs des points A et B par rapport au point O , alors le symétrique du segment $[AB]$ par rapport au point O est le segment $[A'B']$.

Définition :

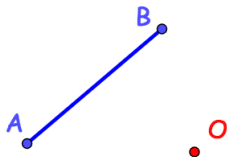
Soit $[AB]$ un segment et soit O un point du plan.

Si A' et B' les symétriques respectifs des points A et B par rapport au point O , alors le symétrique du segment $[AB]$ par rapport au point O est le segment $[A'B']$.

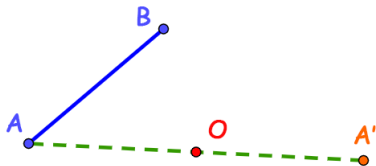
On a : $A'B' = AB$, on dit que la symétrie centrale **conserve les longueurs**.

Exemple :

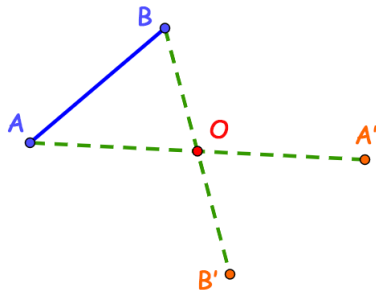
Exemple :



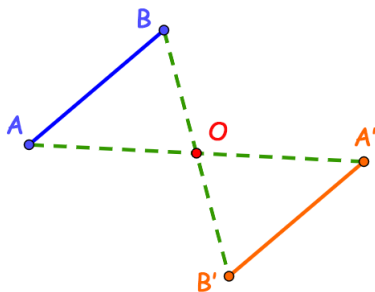
Exemple :



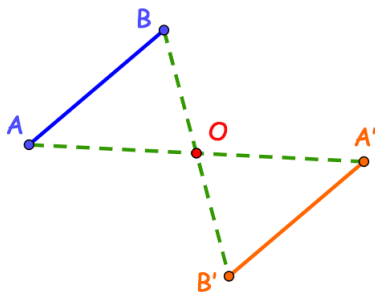
Exemple :



Exemple :

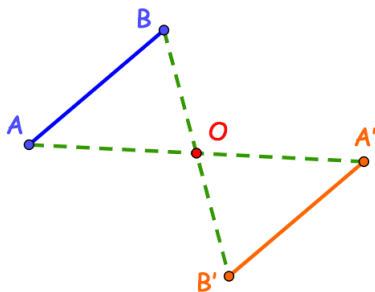


Exemple :



Par rapport à O , on a :

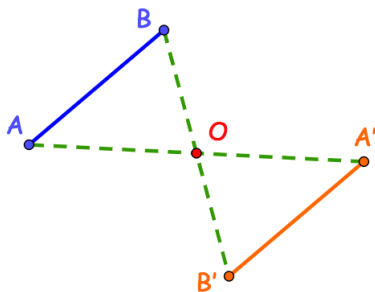
Exemple :



Par rapport à O , on a :

- A' est le symétrique de A .

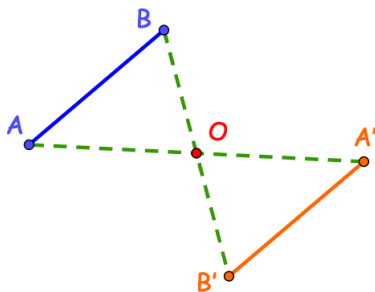
Exemple :



Par rapport à O , on a :

- A' est le symétrique de A .
- B' est le symétrique de B .

Exemple :



Par rapport à O , on a :

- A' est le symétrique de A .
- B' est le symétrique de B .

Donc, $[A'B']$ est le symétrique du segment $[AB]$.

Application :

Application :

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que : $AB = 5 \text{ cm}$ et soit I le milieu du segment $[BC]$.

- 1 Tracer une figure convenable.
- 2 Construire le point M le symétrique du point A par rapport au point I .
- 3 Calculer la distance CM .

2- Symétrie d'une droite :

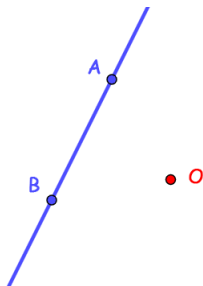
2- Symétrie d'une droite :

Activité :

2- Symétrie d'une droite :

Activité :

On considère la figure ci-dessous :



- 1 Construire le point A' le symétrique de A par rapport à O .
- 2 Construire le point B' le symétrique de B par rapport à O .
- 3 Tracer le symétrique de la droite (AB) par rapport à O .
- 4 Que remarquez-vous à propos de la position relative des droites (AB) et $(A'B')$?

Propriété :

Propriété :

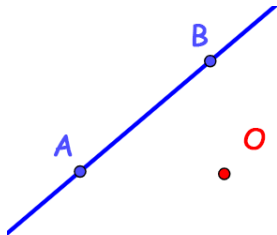
Soit (AB) une droite et soit O un point du plan.

Si A' et B' les symétriques respectifs des points A et B par rapport au point O , alors le symétrique de la droite (AB) par rapport à O est la droite $(A'B')$.

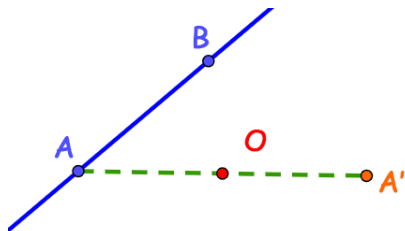
On a : $(AB) // (A'B')$

Exemple :

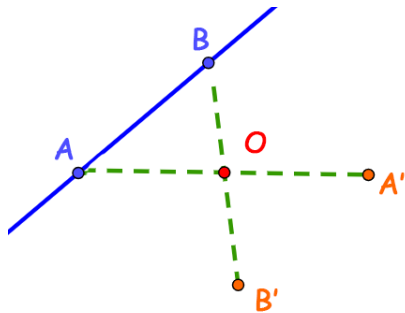
Exemple :



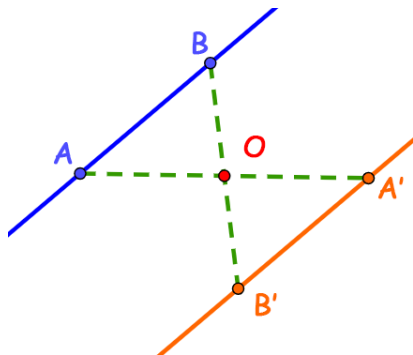
Exemple :



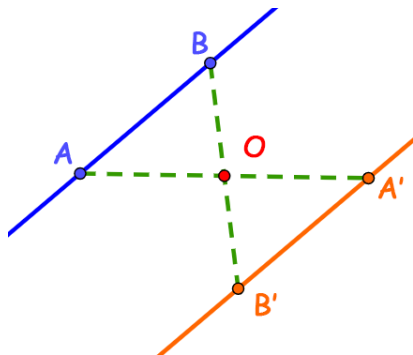
Exemple :



Exemple :

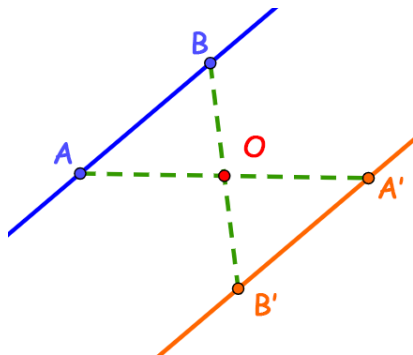


Exemple :



Par rapport à O , on a :

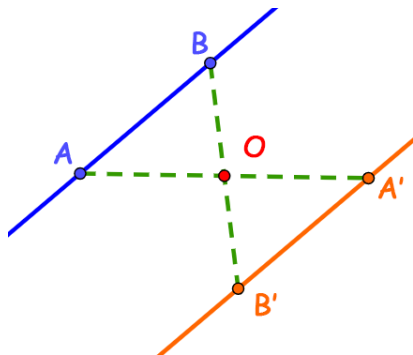
Exemple :



Par rapport à O , on a :

- A' est le symétrique de A .

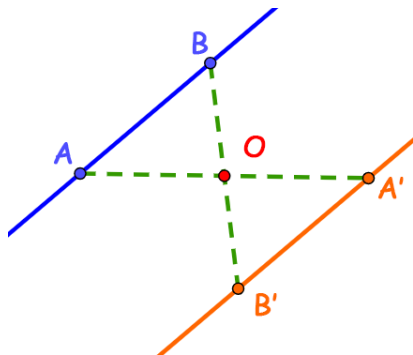
Exemple :



Par rapport à O , on a :

- A' est le symétrique de A .
- B' est le symétrique de B .

Exemple :



Par rapport à O , on a :

- A' est le symétrique de A .
- B' est le symétrique de B .

Donc, $(A'B')$ est le symétrique de la droite (AB) .

3- Symétrie d'une demi-droite :

3- Symétrie d'une demi-droite :

Propriété :

3- Symétrie d'une demi-droite :

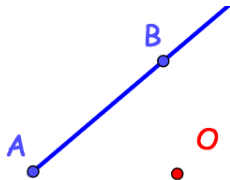
Propriété :

Soit $[AB)$ une demi-droite et soit O un point du plan.

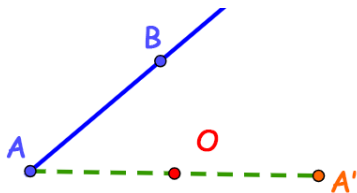
Si A' et B' les symétriques respectifs des points A et B par rapport au point O , alors le symétrique de la demi-droite $[AB)$ par rapport à O est la demi-droite $[A'B')$.

Exemple :

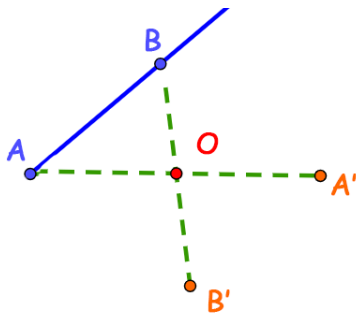
Exemple :



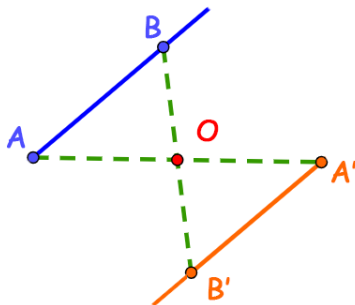
Exemple :



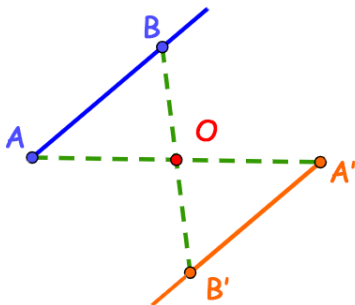
Exemple :



Exemple :

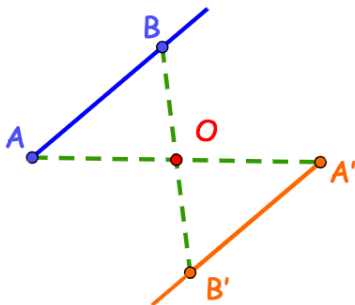


Exemple :



Par rapport à O , on a :

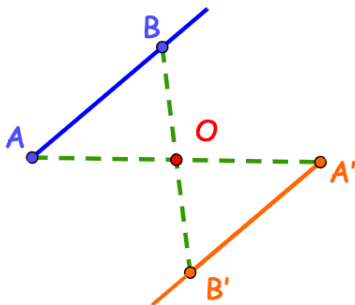
Exemple :



Par rapport à O , on a :

- A' est le symétrique de A .

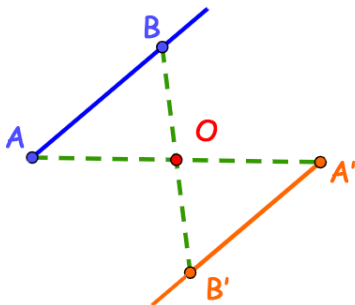
Exemple :



Par rapport à O , on a :

- A' est le symétrique de A .
- B' est le symétrique de B .

Exemple :



Par rapport à O , on a :

- A' est le symétrique de A .
- B' est le symétrique de B .

Donc, $[A'B')$ est le symétrique de la demi-droite $[AB)$.

Application :

Application :

Soit ABC un triangle et soit E un point de $[BC]$.

- 1 Tracer une figure convenable.
- 2 Construire les points B' , C' et E' les symétriques respectifs des points B , C et E par rapport au point A .
- 3 Quel est le symétrique de la demi-droite $[BE)$? Justifier votre réponse?
- 4 Montrer que : $(BC) // (B'C')$

4- Conservation de l'alignement des points :

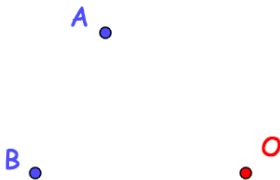
4- Conservation de l'alignement des points :

Activité :

4- Conservation de l'alignement des points :

Activité :

On considère la figure ci-dessous :



- 1 Construire le point C tel que les points A , B et C soient alignés
- 2 Construire les points A' , B' et C' les symétriques respectifs des points A , B et C par rapport à O .
- 3 Que remarquez-vous à propos des points A' , B' et C' ?
- 4 Que peut-on déduire ?

Propriété :

Propriété :

Les symétriques des points alignés par rapport à un point sont des points alignés.

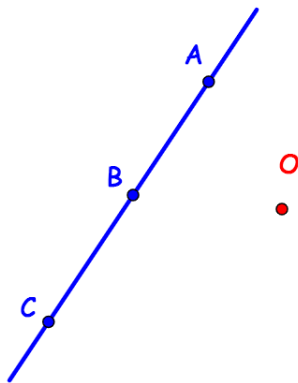
Propriété :

Les symétriques des points alignés par rapport à un point sont des points alignés.

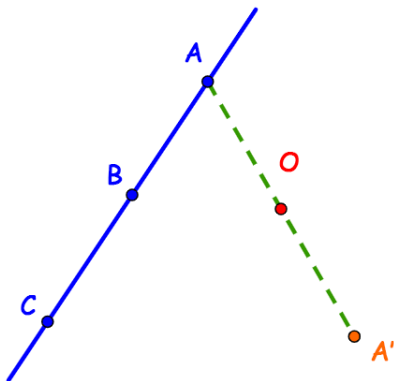
On dit que la symétrie axiale **conserve l'alignement des points**.

Exemple :

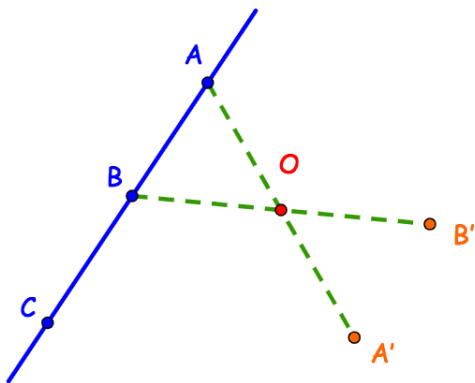
Exemple :



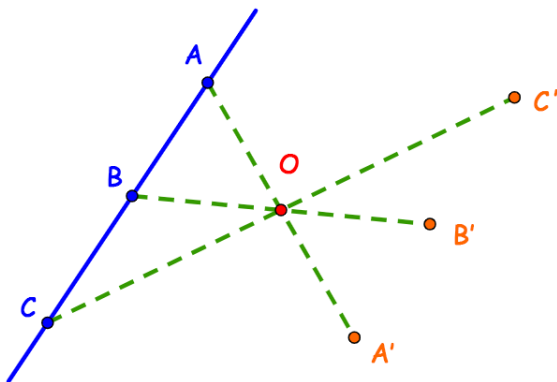
Exemple :



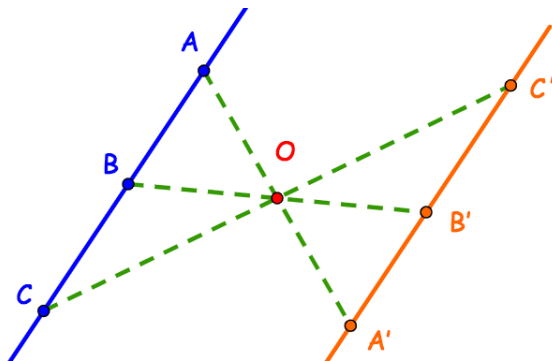
Exemple :



Exemple :



Exemple :



Application :

Application :

Soit ABC un triangle et soit E un point de $[BC]$.

- 1 Tracer une figure convenable.
- 2 Construire les points B' , C' et E' les symétriques respectifs des points B , C et E par rapport au point A .
- 3 Montrer que les points B' , C' et E' sont alignés

5- Symétrie d'un angle :

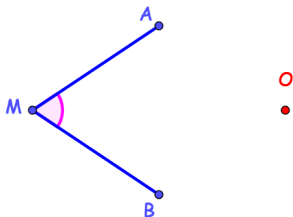
5- Symétrie d'un angle :

Activité :

5- Symétrie d'un angle :

Activité :

On considère la figure ci-dessous telle que : $\widehat{AMB} = 60^\circ$:



- 1 Construire A' , M' et B' les symétriques respectifs des points A , M et B par rapport à O .
- 2 Construire $A'M'B'$ le symétrique de l'angle \widehat{AMB} par rapport à O .
- 3 Que remarquez-vous à propos des angles \widehat{AMB} et $\widehat{A'M'B'}$?
- 4 Que peut-on déduire ?

Propriété :

Propriété :

Soit \widehat{AMB} un angle et soit O un point du plan.

Propriété :

Soit \widehat{AMB} un angle et soit O un point du plan.

Si A' , B' et M' les symétriques respectifs des points A , B et M par rapport à O , alors le symétrique de l'angle \widehat{AMB} par rapport à O est l'angle $\widehat{A'M'B'}$.

Propriété :

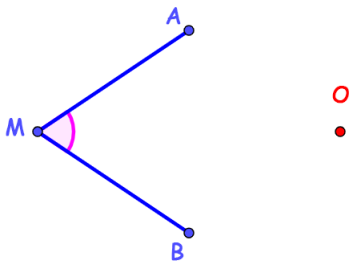
Soit \widehat{AMB} un angle et soit O un point du plan.

Si A' , B' et M' les symétriques respectifs des points A , B et M par rapport à O , alors le symétrique de l'angle \widehat{AMB} par rapport à O est l'angle $\widehat{A'M'B'}$.

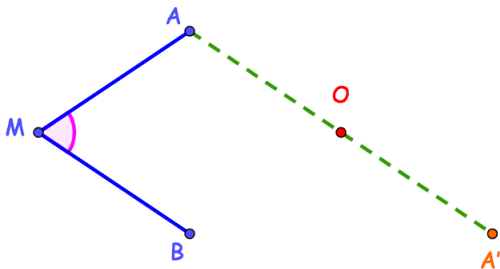
On a : $\widehat{AMB} = \widehat{A'M'B'}$, on dit que la symétrie centrale **conserve la mesure d'angles.**

Exemple :

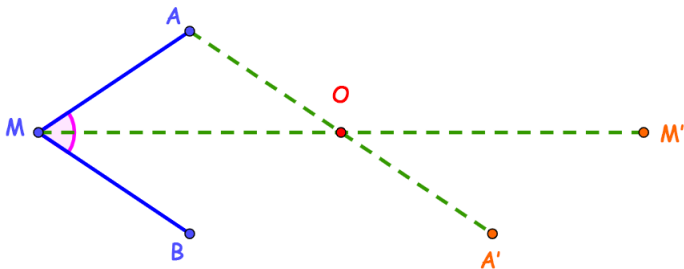
Exemple :



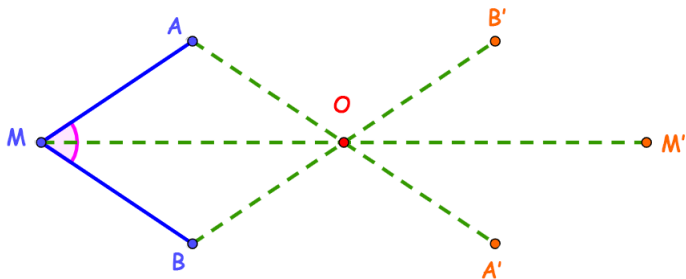
Exemple :



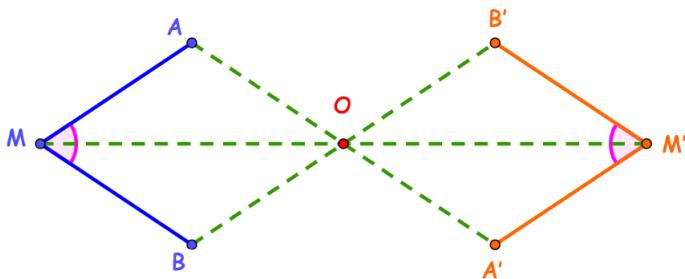
Exemple :



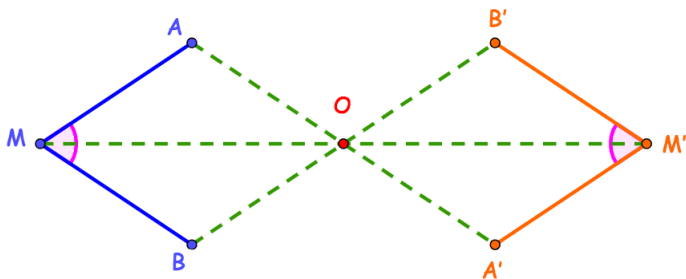
Exemple :



Exemple :

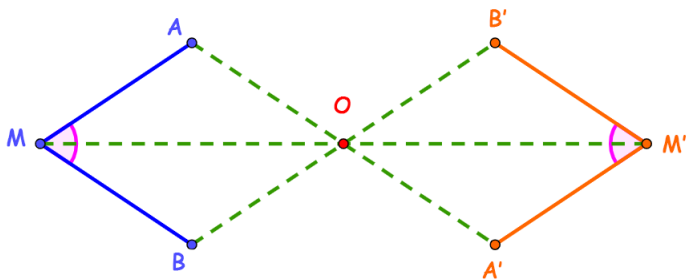


Exemple :



Par rapport à O , on a :

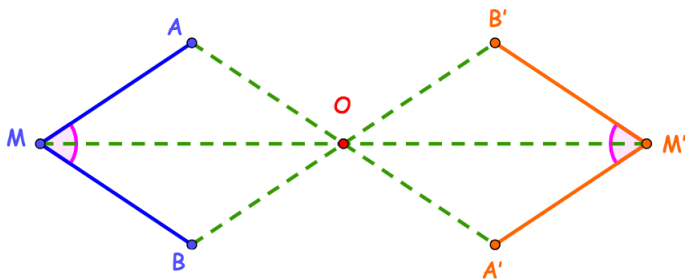
Exemple :



Par rapport à O , on a :

- A' est le symétrique de A

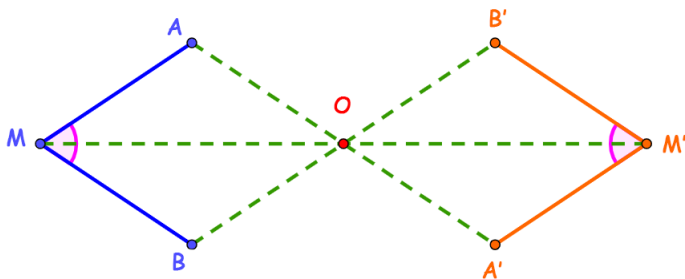
Exemple :



Par rapport à O , on a :

- A' est le symétrique de A
- M' est le symétrique de M

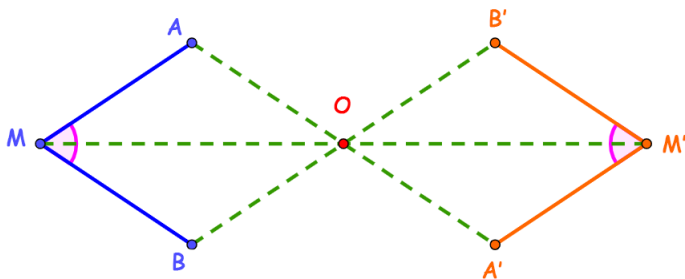
Exemple :



Par rapport à O , on a :

- A' est le symétrique de A
- M' est le symétrique de M
- B' est le symétrique de B

Exemple :



Par rapport à O , on a :

- A' est le symétrique de A
- M' est le symétrique de M
- B' est le symétrique de B

Donc, $A'M'B'$ est le symétrique de l'angle $A\hat{M}B$.

Application :

Application :

Soit ABC un triangle tel que

$$AB = 3 \text{ cm} \quad ; \quad AC = 5 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \widehat{BAC} = 60^\circ$$

- 1 Tracer une figure convenable.
- 2 Construire les points A' et C' les symétriques respectifs des points A et C par rapport au point B .
- 3 Quel est la mesure de l'angle $\widehat{BA'C'}$? justifier votre réponse ?

6- Symétrie d'un cercle :

6- Symétrie d'un cercle :

Propriété :

6- Symétrie d'un cercle :

Propriété :

Soit (\mathcal{C}) un cercle de centre I et de rayon r et soit O un point du plan.

6- Symétrie d'un cercle :

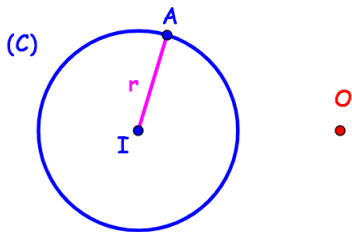
Propriété :

Soit (\mathcal{C}) un cercle de centre I et de rayon r et soit O un point du plan.

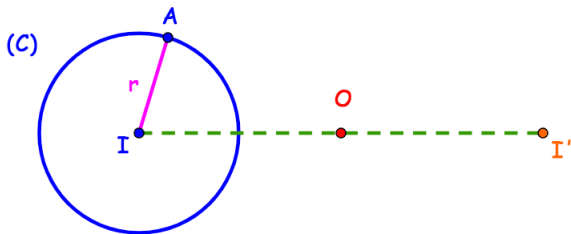
Si I' est le symétrique de point I par rapport à O , alors le symétrique du cercle par rapport à O est le cercle (\mathcal{C}') de centre I' et de rayon r .

Exemple :

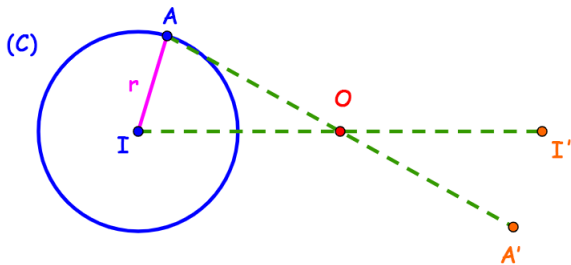
Exemple :



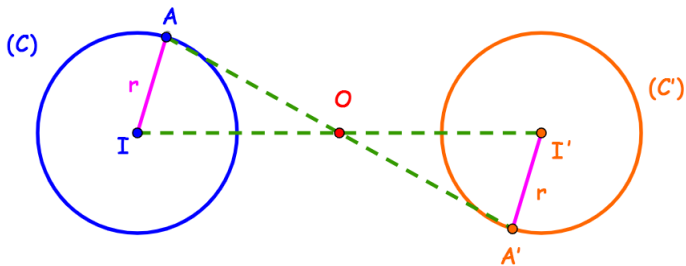
Exemple :



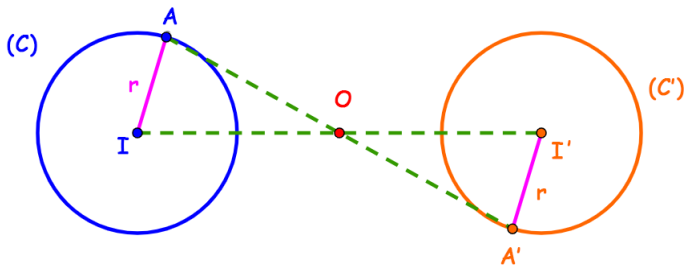
Exemple :



Exemple :



Exemple :



Le symétrique du cercle $\mathcal{C}(I, r)$ par rapport à O est le cercle $\mathcal{C}'(I', r)$.

Application :

Application :

Soit (C) un cercle de centre O et de rayon 3 cm et soit E un point de cercle (C) .

- 1 Tracer une figure convenable.
- 2 Construire (C') le symétrique du cercle (C) par rapport à E .
- 3 Quel est le rayon du cercle (C') ?